

(080491) 稿件编号:

# 一种改进的 C-V 主动轮廓模型

张开华, 周文罡, 张振, 郑孝娟

(中国科学技术大学 电子工程与信息科学系, 安徽合肥, 230027)

**摘要:** 本文对 C-V 主动轮廓模型进行改进, 提出一种常微分方程 (ODE) 类型的模型。该模型水平集函数采用隐式方法数值化, 避免显式方法数值不稳定的缺点。与传统 C-V 模型相比, 不但具有其特点, 如可以自动检测带孔目标的内轮廓等, 而且具有以下优点: 抗噪性能较优; 可快速计算出全局最优分割; 水平集方程不含曲率及其它复杂的差分项, 因此可以利用简单的有限差分规则数值化; 水平集函数可初始化为零且不用重新初始化; 远离轮廓的边界可以被准确检测; 时间迭代步长不受限制。对合成和真实图像的分割结果证明了本文模型具有稳健、快速的优点。

**关键词:** 图像分割; Mumford-Shah 模型; 水平集方法; 主动轮廓模型

中图分类号: TP391

文献标志码: A

## An Improved C-V Active Contour Model

Zhang Kai-hua, Zhou Wen-gang, Zhang Zhen, Zheng Xiao-juan

(Dept. of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** An improved C-V active contour model was presented, with which the level set equation can be solved in an implicit manner. Distinguished from original C-V model, the level set functional of the proposed model is ordinary differential equation (ODE). the proposed model not only has the original C-V model's characteristics, such as the ability of detecting inner edge of the object with inner hole, etc, also has many advantages as follows: less sensibility of noise; the efficiency of global segmentation is dramatically improved; the initialization of level set functional is very simple, even can be zero, and re-initialization is unnecessary; the edges far away from the active contours would be seriously suppressed by setting the dirac function to be one; without mean curvature and other complicate difference items in the Level set evolution equation, the implementation is much more easier by using a simple finite difference scheme and does not require any limitation of time step. The method was validated with both synthetic and real images. Experimental results demonstrate the robustness and efficiency of the model.

**Key words:** image segmentation; Mumford-Shah model; Level set method; active contour model

## 0 引言

图像分割是计算机视觉和高层图像处理的基础。最近, 基于偏微分方程的主动轮廓模型在图像分割中得到广泛应用。主动轮廓模型由 Kass 等人提出, 分为参数化和几何化模型。其中, 几何化模型不但能够灵活处理拓扑变化问题, 而且对轮廓拥有较大的捕获范围<sup>[2]</sup>, 因而得到广泛应用。几何化模型采用水平集方法<sup>[1~6]</sup>实现, 基本思想是将曲线表达为高维超曲面等值点的集合, 一般取零水平集。通过曲面演化并跟踪零水平集来得到轮廓的演化过程。

几何化模型分为两类: 基于边界和基于区域的模型。其中, 基于边界的模型利用图像的梯度信息构造边界停止函数 (edge stopping function), 使轮廓在边界停止演化, 而对边界模糊或离散状目标难以有效

收稿日期: 2007-00-00; 收到修改稿日期: 2007-00-00

基金项目: 国家 863 高科技基金资助项目

作者简介: 张开华 (1983-), 男 (汉族), 山东日照人, 硕士, 研究方向: 图像处理, 主动轮廓模型。Email: zhkhua@mail.ustc.edu.cn

分割。Chan 和 Vese<sup>[1]</sup>提出一种简化的基于 Mumford-Shah 模型的区域最优化主动轮廓模型 (C-V 模型), 不但解决了边界模糊或离散状目标的分割问题, 而且可用于特征映射平面的分割, 如纹理分割、运动分割等, 因此, 在图像分割领域得到广泛应用。类似传统水平集方法, C-V 模型的水平集函数也需初始化为符号距离函数。为保证演化的稳定性, 在演化过程中需重新初始化为符号距离函数, 从而增大了计算量和计算的复杂度。文献[2]通过加入符号距离函数的约束能量项来避免符号距离函数重新初始化, 但是该方法所得欧拉方程含曲率和散度项, 需满足特定数值化准则才能保持稳定。

文献[3]指出 Dirac 函数狭窄的定义范围限制了检测图像边缘的全局性, 使 C-V 模型初始轮廓如果远离“厚”目标, 则不能稳定检测。该文献提出一种改进算法, 以  $|\nabla\phi|$  代替  $\delta(\phi)$  修正 C-V 模型的演化方程, 但需采用复杂的差分方法才能保持数值稳定, 增大了实现的难度和复杂度。

本文通过分析 C-V 模型水平集演化方程, 并结合 Hamilton-Jacobi 类型偏微分方程式的演化规律, 提出一种改进模型。该模型水平集演化方程为常微分方程 (ODE), 具有形式简洁、计算量小、实现简单的优点, 并且方便利用隐式方法数值化, 因而时间迭代步长不受限制; 水平集函数初始化简单, 可以为零, 且可快速收敛于全局最优值, 稳定地检测“厚”目标。实验表明该模型的水平集函数无需重新初始化。

## 1 C-V 主动轮廓模型

设定义域为  $\Omega$  的图像  $u_0(x, y)$  被闭合轮廓  $C$  划分为内部和外部两个同质区域, 各区域的平均灰度分别为  $c_1$  和  $c_2$ , 构造如下能量函数:

$$F(C, c_1, c_2) = \mu \cdot L(C) + \nu \cdot S(C) + \lambda_1 \int_{\text{inside}(C)} |u_0 - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \int_{\text{outside}(C)} |u_0 - c_2|^2 dx dy \quad (1)$$

其中,  $L(C)$  为轮廓  $C$  的长度,  $S(C)$  为  $C$  所包围区域的面积,  $\mu \geq 0$ 、 $\nu \geq 0$ 、 $\lambda_1, \lambda_2 > 0$  为各能量项的权重系数。只有当闭合轮廓  $C$  位于两同质区域的边界时, (1) 式取得极小值。由于 (1) 式利用了图像的全局信息, 所以可得到全局最优分割。

设  $\phi$  为根据闭合曲线  $C$  构造的水平集函数, 即  $\{C | \phi(x, y) = 0\}$ , 并设  $\phi$  为内正外负的符号距离函数。Chan 和 Vese 根据欧拉-拉格朗日方法推导出使 (1) 式极小化的水平集函数  $\phi$  满足的偏微分方程:

$$\begin{cases} c_1(\phi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) H(\phi) dx dy}{\int_{\Omega} H(\phi) dx dy}, c_2(\phi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) (1 - H(\phi)) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi)) dx dy} \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left[ \mu \nabla \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \nu - \lambda_1 (u_0 - c_1)^2 + \lambda_2 (u_0 - c_2)^2 \right] \\ \phi(x, y, t = 0) = \phi_0(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\Omega$  为图像和水平集函数的定义域,  $H(z) = \begin{cases} 1, z \geq 0 \\ 0, z < 0 \end{cases}$  是 Heaviside 函数, 而  $\delta(z) = \frac{dH(z)}{dz}$  是 Dirac

函数。在实际计算中, Heaviside 函数和 Dirac 函数分别选取如下函数:

$$H_{\varepsilon}(z) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{z}{\varepsilon}\right) \right) \quad (3)$$

$$\delta_\varepsilon(z) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + z^2} \quad (4)$$

其中， $\varepsilon$  为常数。

文献[3]指出 Dirac 函数  $\delta_\varepsilon(z)$  狭窄的定义范围，限制了该算法检测图像边缘的全局性，对远离闭合曲线  $C$  的“厚”目标边缘不能稳定检测。(2) 式含曲率项，实现复杂，必须采用特定数值化方法才能保持数值稳定。

另外，C-V 方程中， $\phi$  需初始化为符号距离函数，且每次更新后都需要重新初始化，以保持数值稳定。采用如下迭代方程：

$$\begin{cases} \psi_t = \text{sign}(\phi(t))(1 - |\nabla \psi|) \\ \psi(0, \bullet) = \phi(t, \bullet) \end{cases} \quad (5)$$

文献[3]指出重新初始化可能导致零水平集位置发生偏移，且需保证对图像区域内的每一点，(5)式都收敛，计算量较大。

## 2 改进的 C-V 主动轮廓模型

### 2.1 算法的原理

(2) 式中水平集演化的主要作用力由  $-\lambda_1(u_0 - c_1)^2 + \lambda_2(u_0 - c_2)^2$  产生，令  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ ，采用平方差公式表达为  $2(c_1 - c_2)(u_0 - \frac{c_1 + c_2}{2})$ 。本文构造的水平集演化方程与此式有关，为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\varepsilon(\phi)(u_0 - \frac{c_1 + c_2}{2}) \quad (6)$$

该式为常微分方程 (ODE)，具有满足偏微分方程的模型<sup>[1-6]</sup>不具有的优点，如实现简单、方程右边无差分项、无需满足特定差分规则、不用调节各项之间的平衡参数等。且该模型利用了区域统计信息，又具有基于区域模型的优点。为增大作用力范围，用  $|\nabla \phi|$  代替  $\delta_\varepsilon(\phi)$ <sup>[3-4]</sup>，得到 Hamilton-Jacobi<sup>[1]</sup>类型的偏微分方程式，其速度项为  $u_0 - \frac{c_1 + c_2}{2}$ 。根据 Hamilton-Jacobi 类型偏微分方程式的演化规律可知，该速度小于零时，轮廓沿法向演化，反之，沿逆法向演化。

如图 1 所示，其中“+”和“-”分别表示该区域的速度项  $u_0 - \frac{c_1 + c_2}{2}$  的符号，箭头表示轮廓的演化方向。这里假设理想情况下，目标和背景分别为两类同质区域，目标比背景暗。对于目标比背景亮的情况，只需目标与背景交换位置即可按相同方法得出结论。图 1 (a)、(b)、(c)、(d) 分别表示轮廓在图中所有可能位置处的演化。

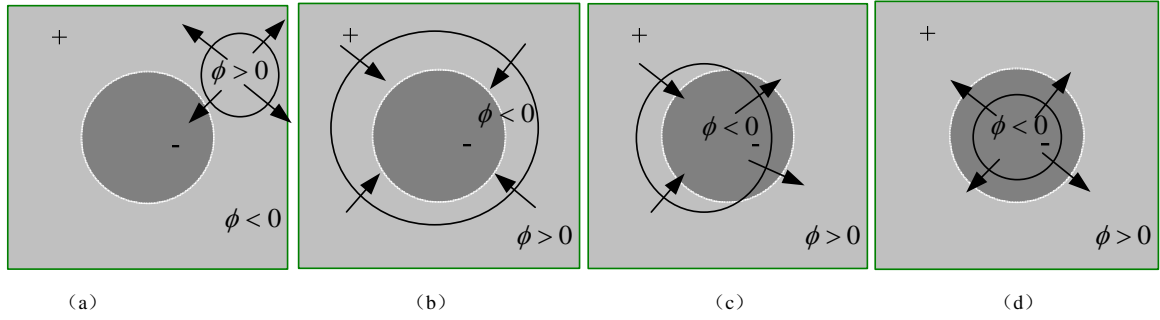


图 1 轮廓在图像中的演化

Fig.1 Evolution of the curve in the image

图 1 中，目标与背景区域的  $u_0$  分别为  $\min(c_1, c_2)$  和  $\max(c_1, c_2)$ ，则初始水平集函数  $\phi$  的符号如图所

示。目标区域速度项  $u_0 - \frac{c_1 + c_2}{2} < 0$ ，背景区域的速度项  $u_0 - \frac{c_1 + c_2}{2} > 0$ ，根据 Hamilton-Jacobi 类型偏微分方程的演化规律可得轮廓在 (a)、(b)、(c)、(d) 位置处的演化过程。可见轮廓在任意位置处，都有向目标边界演化的力：目标之外，该力为收缩力，将轮廓拉回边界；目标之内，该力为膨胀力，将轮廓推向边界。边界内外力的方向相反，相互制约，轮廓最终停止在目标边界。

## 2.2 算法的实现

在算法的具体实现过程中，为了提高抗噪性能，先用高斯滤波器  $G_\sigma$  对图像进行滤波，其中  $\sigma$  表示标准方差，根据噪声强弱选择合适的值。之后按照如下步骤进行：

Step1: 初始化  $\phi(x, y, t = 0) = 0$ ;

Step2: 计算  $c_1(\phi_{i,j}^n)$  和  $c_2(\phi_{i,j}^n)$ ;

Step3: 计算  $\phi_{i,j}^{n+1} = \phi_{i,j}^n + \tau(u_0(i, j) - \frac{c_1(\phi_{i,j}^n) + c_2(\phi_{i,j}^n)}{2})$ ，其中  $\tau$  为迭代步长，令  $\delta_\varepsilon(\phi) = 1^{[6]}$ ，既可增大轮廓演化力的范围，又避免因  $\delta_\varepsilon(\phi)$  的狭窄定义范围限制检测边缘的全局性。

Step4: 计算收敛条件  $Q = \frac{\sum_{i,j} |\delta_\varepsilon(\phi_{i,j}^{n+1}) - \delta_\varepsilon(\phi_{i,j}^n)|}{M}$ ，其中  $M$  表示图像的大小。该表达式表示轮廓上点的变化情况。取一个很小的值  $\zeta$ ，若  $Q < \zeta$ ，则认为收敛，迭代停止；反之，返回 Step2。

该模型的水平集函数初始化很灵活，可以为  $\phi = 0$ 。由上述步骤可知，若初始化为  $\phi = 0$ ，则第一次演化之后的水平集函数值为

$$\phi_{i,j}^2 = \tau(u_0(i, j) - \frac{c_1(0) + c_2(0)}{2}) \quad (7)$$

由 (3) 式得  $H_\varepsilon(0) = \frac{1}{2}$ ，代入 (2) 式得

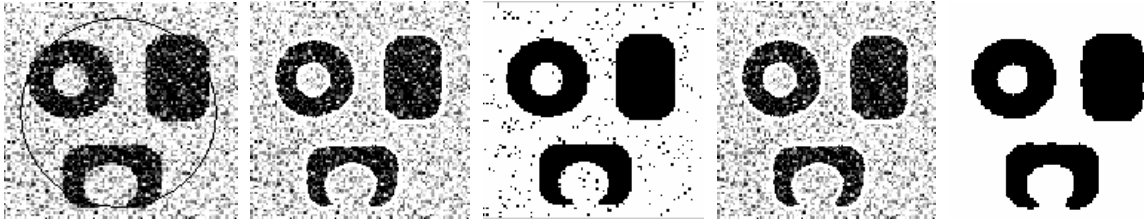
$$c_1(0) = c_2(0) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) dx dy}{\int_{\Omega} dx dy} \Rightarrow \phi_{i,j}^2 = \tau(u_0(i, j) - \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) dx dy}{\int_{\Omega} dx dy}) \quad (8)$$

由图 1 分析可知,  $\phi_{i,j}^2$  的符号与图中“+”、“-”号一致, 所以第一次迭代之后得零水平集轮廓, 轮廓演化从第二次迭代开始。实验表明, 该模型水平集函数无需重新初始化, 从而提高了执行效率。另外, 水平集函数采用隐式方法<sup>[1]</sup>数值化, 因而时间迭代步长不受限制, 可选较大数值以加快收敛速度。

### 3 实验结果及分析

本节给出分别采用 C-V 模型和本文模型分割图像的实验结果, 对比二者的速度和性能, 比较的指标是迭代次数、计算时间及最终分割结果。实验中, 参照文献 [1], 选取 C-V 模型的参数为  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \mu = 0.1 * 255^2, \nu = 0$ , 两种模型的时间迭代步长均选为  $\tau = 1, \varepsilon = 1.5$ 。实验环境为 Windows xp, Intel Celeron (R) CPU 3.06GHz, 1.5G RAM。

图 2 是对带噪合成图像 (101×99 像素) 的分割结果。图 2 (c) 是 C-V 模型的分割结果, 共迭代 20 次, 计算时间为 0.4101s; 图 2 (e) 是本文模型的分割结果, 迭代 4 次, 计算时间为 0.015s。C-V 模型的分割时间是本文模型的 27.34 倍, 可见本文算法收敛速度快, 分割效果较好, 抗噪性能优于 C-V 模型。



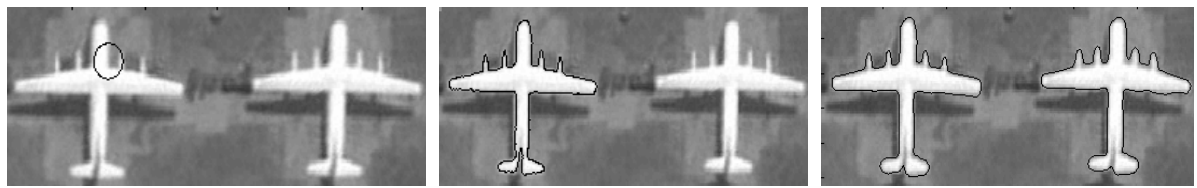
(a) C-V 模型初始化 (b) C-V 模型的轮廓 (c) C-V 模型分割结果 (20 次, 0.4101s) (d) 本模型的轮廓 (e) 本文模型分割结果 (4 次, 0.015s)

(a) Initialization of C-V model (b) Contours of C-V model (c) Segmentation result of C-V model (20 iterations, 0.4101s) (d) Contours of the proposed model (e) Segmentation result of the proposed model (4 iterations, 0.015s)

图 2 带噪合成图像的分割

Fig.2 Segmentation of noisy simulated image

图 3 是对遥感图像 (299×127 像素) 的分割结果。图 3 (a) 是 C-V 模型的初始轮廓, 选取初始轮廓包含一个目标的一部份而远离另一目标。图 3 (b) 是 C-V 模型的分割结果, 迭代次数为 250, 耗时 16.947s, 漏掉一个目标, 原因是该目标较“厚”, 且离初始轮廓较远, 受 Dirac 函数的限制。图 3 (c) 为本文模型的分割结果, 迭代次数为 20, 耗时仅 0.1509s。C-V 模型耗时是本文模型的 112.48 倍, 可见本文算法不但收敛速度快, 而且可得到全局最优分割结果, 两个目标准确检出。



(a) C-V 模型初始轮廓

(b) C-V 模型分割结果 (250 次, 16.947s)

(c) 本模型分割结果 (20 次, 0.1509s)

(a) Initialization of C-V model (b) Segmentation result of C-V model (250 iterations, 16.947s) (c) Segmentation result of the proposed model (20 iterations, 0.1509s)

图 3 遥感图像的分割

Fig.3 Segmentation of remote sensing image

## 4 结论

本文提出一种改进的 C-V 主动轮廓模型, 与基于 Mumford-Shah 的 C-V 模型相比较, 该模型初始化简单, 计算量小, 迭代收敛速度快, 且实现简单, 可得到全局最优分割。对合成图像、真实图像的分割结果证明了本文提出的模型具有快速收敛、耗时短、全局最优的特点, 适用于解决主动轮廓模型快速分割较大图像的问题。

### 参考文献:

- [1] T. Chan, L.Vese. Active contours without edges[J]. **IEEE Transaction on Image Processing**,2001,**10**(2):266-277.
- [2] 闵莉 李小毛 唐研东 一种改进的无需水平集重新初始化的 C-V 主动轮廓模型[J]. 光电工程, 2006,33(9):52-58.  
MIN Li, LI Xiao-mao, TANG Yan-dong. Improved C-V model without re-initialization[J], **Opto-Electronic Engineering**, 2006, **33**(9):52-58.
- [3] 李俊 杨新 施鹏飞 基于 Mumford-Shah 模型的快速水平集图像分割方法[J]. 计算机学报, 2002, **25**(1):1176-1183.  
LI Jun YANG Xin SHI Peng-Fei, A Fast Level Set Approach to Image Segmentation Based on Mumford-Shah Model [J], **CHINESE COMPUTERS**, 2002, **25**(1):1176-1183.
- [4] Wang Wenyu. An Active Contour Model For Selective Segmentation. **Proceedings of Computer Graphics, Imaging and Vision: New Trends (CGIV'05)**,2005,**4**(1):259-260.
- [5] C.Li, C.Xu, C.Gui, M. D. Fox. Level set evolution without re-initialization: A new variational formulation. **IEEE Conference on Computer Vision and pattern Recognition (CVPR)**,2005,**1**(1): 430-436.
- [6] Chunming Li; Chiu-Yen Kao; Gore, J.C.; Zhaohua Ding; Implicit Active Contours Driven by Local Binary Fitting Energy. **IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)**.2007,**7**(1):1-7.
- [7] Yuping Wang; Chuangyin Dang. An Evolutionary Algorithm for Global Optimization Based on Level-Set Evolution and Latin-Squares[J]. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**,2007,**11**(5):579-595.
- [8] V. Caselles; R. Kimmel; G. Sapiro. Geodesic active contours[J]. **Int'l J. Comp. Vis**, 1997, **22**:61-79.
- [9] H. Liu, Y. Chen, and W. Chen. Neighborhood aided implicit active contours. In **IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)**. 2006,**1**:841-848.
- [10] W. Wong and A. Chung. Bayesian image segmentation using local iso-intensity structural orientation. **IEEE Transaction on Image Processing**. 2005,**14**(10):1512-1523.